

PROGRAM EVALUATION AND REVIEW TECHNIQUE

(PERT)

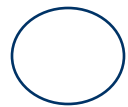


Fungsi & metode

- Untuk menentukan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu proyek (jalur kritis)
- Dengan menggambarkan Arrow Diagram / Network diagram

Arrow Diagram/ Network Diagram

- Simbol yang digunakan :



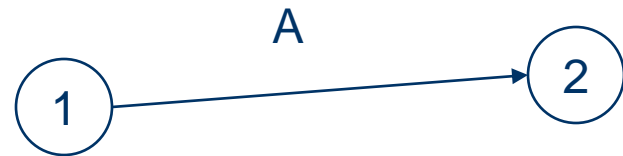
Menunjukkan kejadian / Event



Menunjukkan aktivitas

- Tail Event = Event yang mengawali aktivitas
- Head Event = Event yang mengakhiri aktivitas

- Contoh :

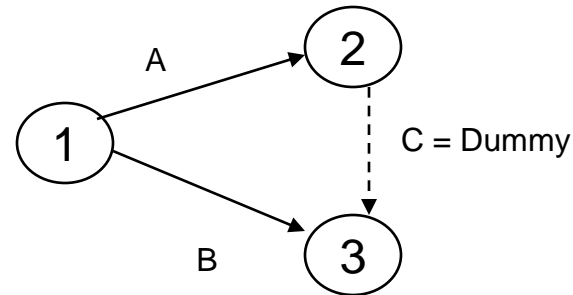
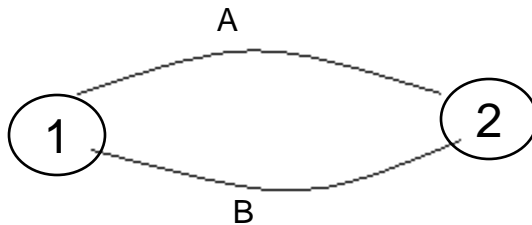


A = aktivitas
1 dan 2 = Event
1 = tail Event
2 = Head event

Aturan penggambaran Network Diagram



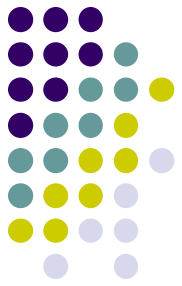
1. Tiap Aktivitas hanya dapat diwakili oleh satu dan hany satu panah
2. Untuk Satu Tail event dan satu head event, tidak Boleh dihubungkan lebih dari satu aktivitas .



3. Meyakinkan bahwa urutan aktivitas telah tergambar dengan benar pada network diagram dengan melakukan pengecekan sbb :
 - Aktivitas mana yang harus selesai terlebih dahulu
 - Aktivitas apa yang mengikutinya
 - Aktivitas apa yang harus dilakukan serentak



Contoh kasus :



- Suatu proyek diawali dengan aktivitas A, B dan C yang dimulai secara serempak.

Aktivitas A mendahului aktivitas D.

Aktivitas B mendahului aktivitas **E**, **F** dan **G**.

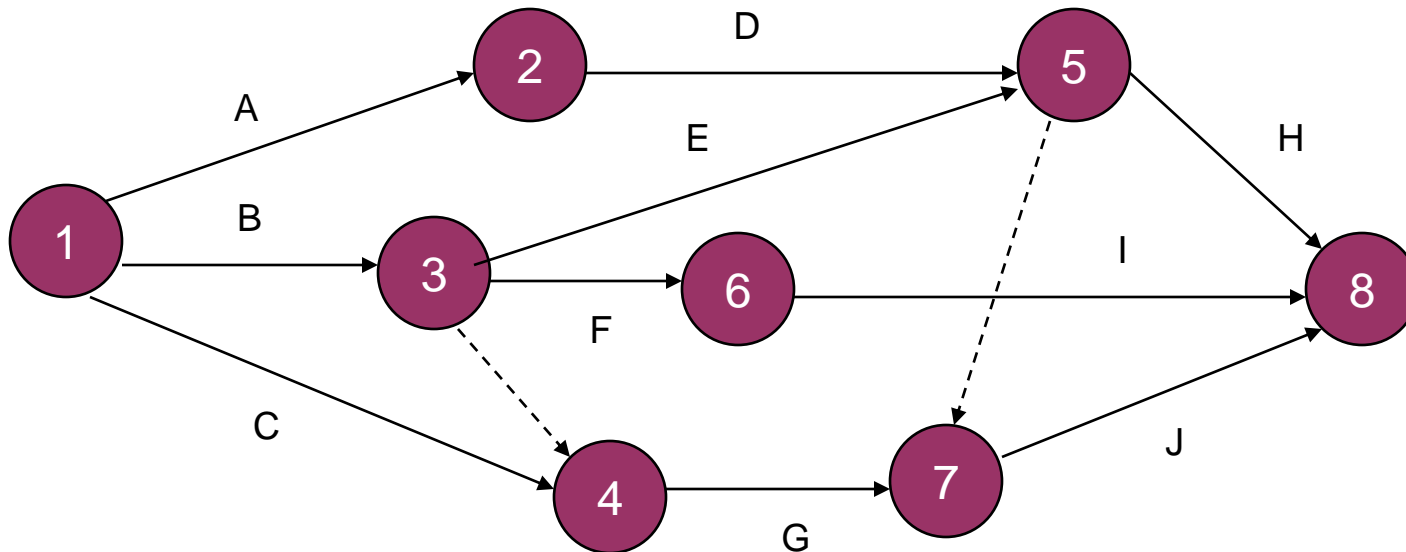
Aktivitas C mendahului aktivitas **G**,

Aktivitas D dan **E** mendahului aktivitas **H & J**.

Aktivitas **F** mendahului aktivitas I.

Aktivitas **G** mendahului aktivitas **J**.

Aktivitas H, I dan J adalah aktivitas akhir proyek.



Jalur Kritis

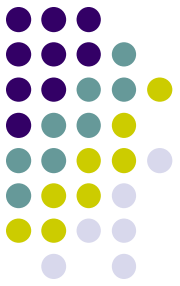
- Waktu yang paling lama dari penyelesaian suatu proyek
- Jalur yang menunjukkan aktivitas kritis dari awal sampai akhir aktivitas pada diagram arrow
- Kegiatan-kegiatan kritis dalam proyek

Mengapa jalur kritis penting ?

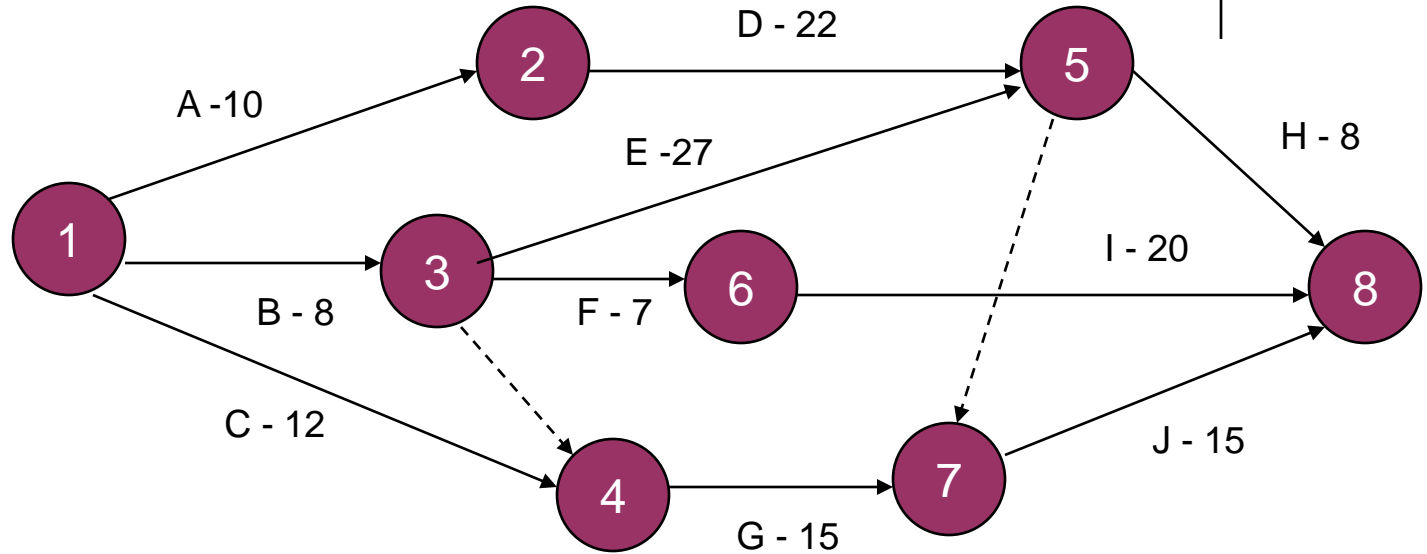
- Waktu penyelesaian tidak dapat dikurangi kecuali bila satu atau lebih aktivitas di jalur kritis dapat dipercepat
- Bila penyelesaian proyek dipercepat maka yang dipercepat adalah aktivitas pada jalur kritis
- Penundaan pada jalur non kritis tidak menunda penyelesaian proyek, sejauh penundaan tidak melebihi slack/float masing-masing aktivitas non kritis
- **Slack/float** adalah waktu yang dapat ditunda pada aktivitas non kritis

Contoh :

Diketahui estimasi waktu penyelesaian masing-masing aktivitas Sbb :



Act	Est
A	10
B	8
C	12
D	22
E	27
F	7
G	15
H	8
I	20
J	15



Jalur penyelesaian Proyek

$$A-D-H = 10 + 22 + 8 = 40$$

$$A-D-J = 10 + 22 + 15 = 47$$

$$B-E-H = 8 + 27 + 8 = 43$$

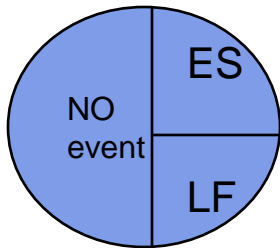
$$\mathbf{B-E-J = 8 + 27 + 15 = 50 \text{ JALUR KRITIS}}$$

$$B-F-I = 8 + 7 + 20 = 35$$

$$B-G-J = 8 + 15 + 15 = 38$$

$$C-G-J = 12 + 15 + 15 = 42$$

Algoritma jalur kritis



ES = Waktu mulai tercepat (Earliest Start time)

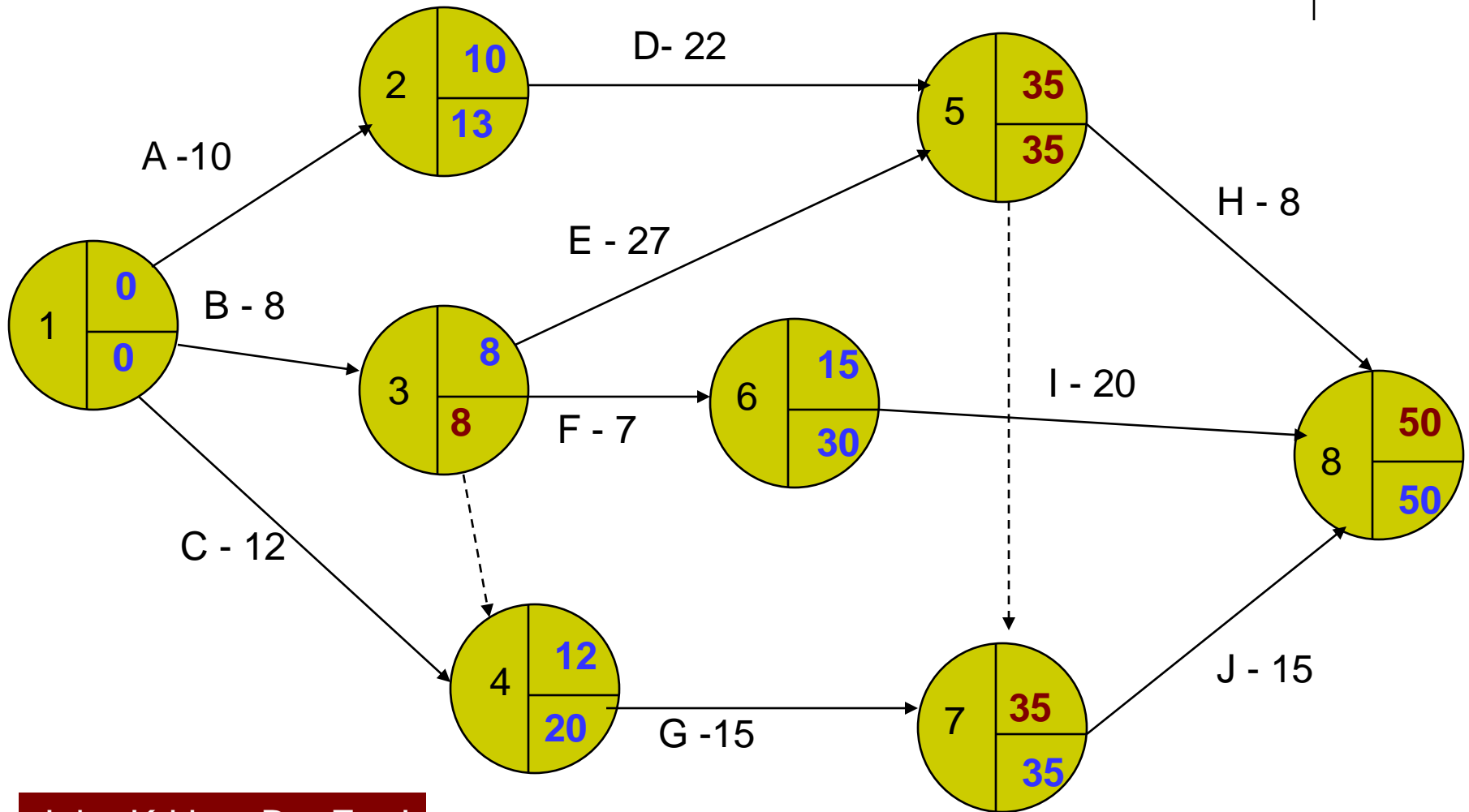
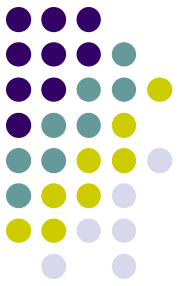
LF = Waktu selesai terlama (Latest Finish Time)

1. Buat Network diagram/arrow diagram
2. Tentukan estimasi waktu untuk masing-masing aktivitas
3. Tentukan nilai ES dengan metode **Forward Pass** sampai akhir proyek (mulai dari event 1 sampai event akhir)
 - Bila ada dua aktivitas yang menuju pada satu event maka pilih waktu yang terlama
4. Tentukan nilai LF dengan metode **Backward Pass** sampai awal proyek (mulai dari event akhir sampai event 1)
 - Bila ada dua aktivitas yang berasal dari satu event maka pilih waktu tercepat
5. **Bila nilai ES dan LF sama maka aktivitas yang menghubungkan event tersebut adalah aktivitas kritis dan jalurnya adalah jalur kritis**

Contoh :

Forward Pass → ambil terbesar

Backward Pass → ambil terkecil

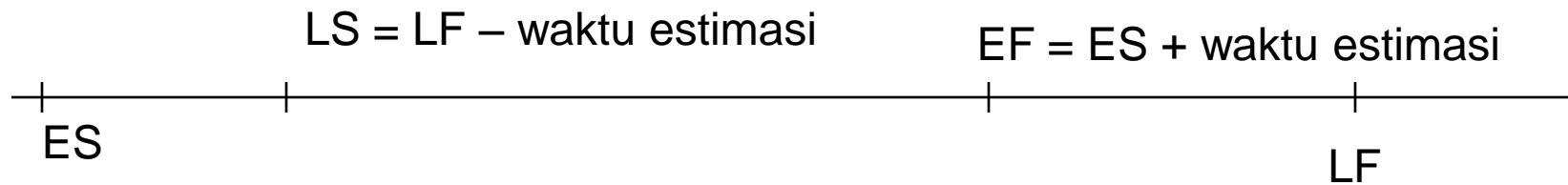


Jalur Kritis = B – E - J



Cara Menghitung Slack/Float

- Diperlukan adanya :
 - Waktu estimasi
 - Waktu Mulai tercepat / Earliest Start Time (ES)
 - Waktu mulai terlama /Latest Start Time (LS)
 - Waktu Selesai tercepat / Earliest Finish Time (EF)
 - Waktu Selesai terlama / Latest Finish Time (LF)

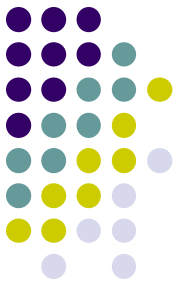


$$\text{Slack} = \text{LS} - \text{ES}$$

atau

$$\text{Slack} = \text{LF} - \text{EF}$$

Contoh :

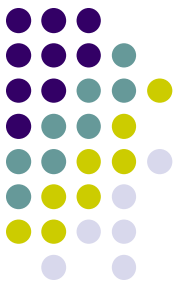


Aktivitas	Waktu Estimasi	ES	LF	LS =LF -WKT ESTIMASI	EF = ES + WAKTU ESTIMASI	Slack
A	10	0	13	3	10	3
B	8	0	8	0	8	0
C	12	0	20	8	12	8
D	22	10	35	12	32	3
E	27	8	35	8	35	0
F	7	8	30	23	15	15
G	15	12	35	20	27	8
H	8	35	50	42	43	7
I	20	15	50	30	35	15
J	15	35	50	35	50	0

Jalur Kritis

Jalur Kritis

Jalur Kritis



Ketidakpastian waktu estimasi

- Bila lama aktivitas tidak diketahui dengan pasti, maka digunakan pendekatan sbb :
a = waktu optimistis (Most Optimist time)
b = Waktu pesimis (Most Pesimist time)
c = Waktu Tengah (Most Likely time)
- Expected Time / waktu yang diharapkan untuk masing-masing aktivitas adalah

$$t_i = \frac{a_i + 4 m_i + b_i}{6}$$



- Karena menggunakan waktu pesimis dan optimis maka masing-masing aktivitas mempunyai penyimpangan standart

$$\sigma_i = \frac{b_i - a_i}{6}$$

- Besar penyimpangan standar jalur kritis adalah

$$\sigma_{\text{Jalur kritis}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{\text{aktivitas Kritis}})_i^2}$$

Note : i = aktivitas kritis



- Bila waktu yang diharapkan untuk penyelesaian adalah X hari dan μ adalah waktu jalur kritis, maka kemungkinan keberhasilannya adalah

$$Z_h = \frac{X - \mu}{\sigma_{\text{Jalur kritis}}}$$

- Cek pada Kurva normal untuk mencari probabilitas selesainya proyek, kemudian nilai Z dari tabel di kalikan dengan 100%



Tabel Kurva normal

TABLE B.1 Normal Distribution Function

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6665	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857



TABLE B.1 Continued

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998									
4.0	0.99997									
5.0	0.9999997									
6.0	0.999999999									

Source: MILLER, I., and J. FREUND, *Probability and Statistics for Engineers*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1985.

Contoh kasus



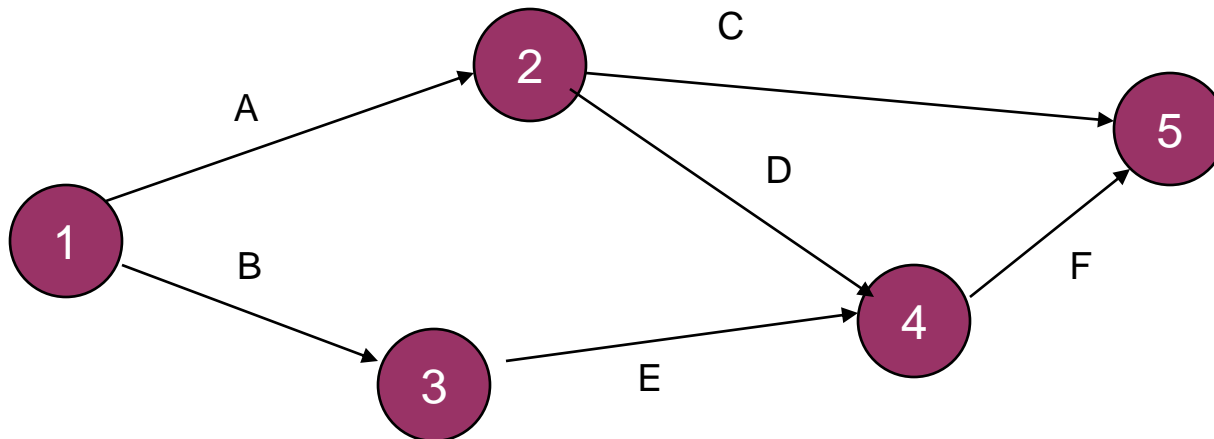
- Suatu proyek diawali dengan aktivitas A dan B yang dilakukan serentak.

Aktivitas A mendahului aktivitas C dan D.

Aktivitas B mendahului aktivitas E.

Aktivitas D dan E mendahului aktivitas F

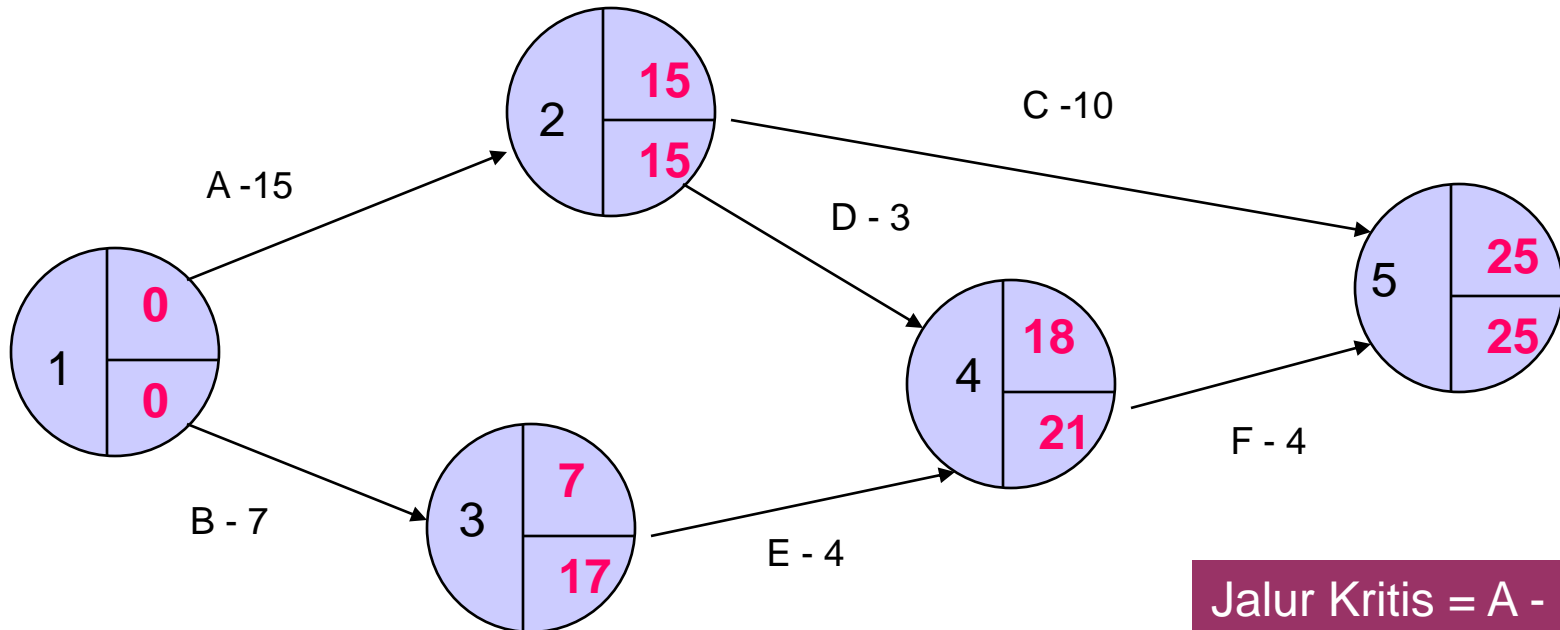
Aktivitas C dan F adalah aktivitas akhir proyek



Estimasi waktu



Aktivitas	a_i	b_i	m_i	t_i	$\sigma_i =$
A	12	18	15	$(12+4*15+18)/6 = 15$	$(18-12)/6 = 1$
B	5	13	6	7	1,333
C	8	16	9	10	1,333
D	3	3	3	3	0
E	2	10	3	4	1,333
F	1	11	3	4	1,667

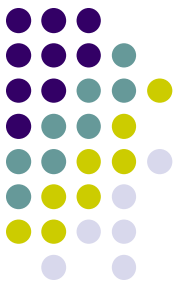


Jalur Kritis = A - C



- Besarnya penyimpangan standar jalur kritis (A & C) =

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Jalur kritis}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma_{\text{aktivitas Kritis}})_i^2} \\ &= \sqrt{(\sigma_A)^2 + (\sigma_C)^2} \\ &= \sqrt{(1)^2 + (1.333)^2} \\ &= 1.667A\end{aligned}$$

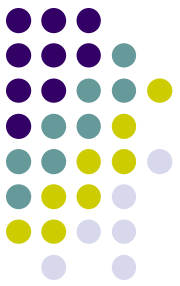


- Misal waktu yang diharapkan untuk penyelesaian proyek adalah 30 hari maka

$$Z_h = \frac{30 - 25}{1.667} = 2.999$$

- Cek pada kurva normal, maka akan didapatkan nilai $z = 0.99865$, sehingga probabilitas proyek selesai pada waktu yang diinginkan adalah $0.99865 \times 100\% = 99.865\%$

Latihan



Suatu proyek diawali dengan aktivitas A dan B yang dilakukan serentak.

Aktivitas A mendahului aktivitas C dan H.

Aktivitas B mendahului aktivitas D, E dan F.

Aktivitas C mendahului aktivitas F

Aktivitas D mendahului aktivitas G

Aktivitas E mendahului aktivitas H

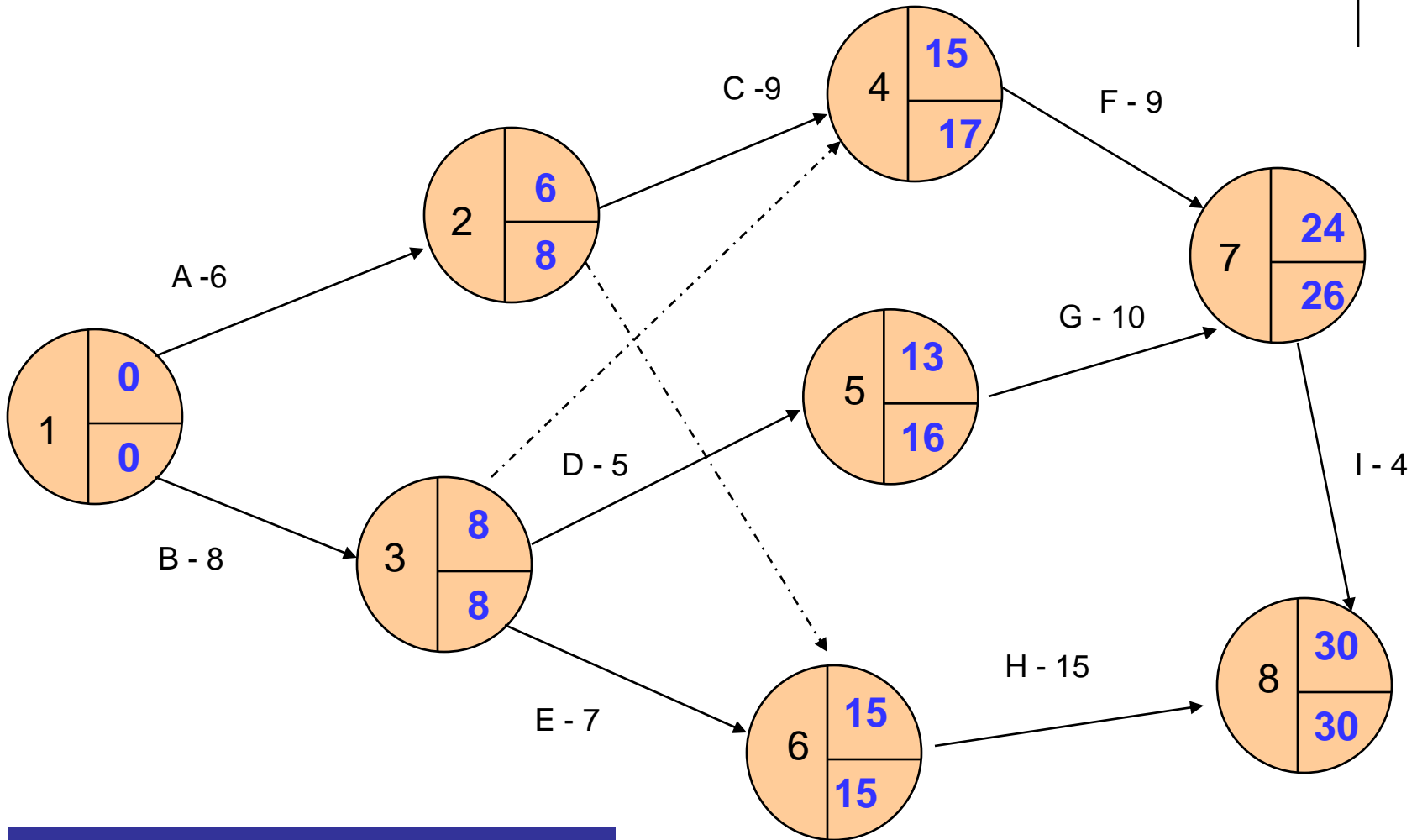
Aktivitas F dan G mendahului aktivitas I

Aktivitas H dan I adalah aktivitas akhir proyek

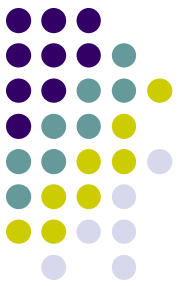
- Gambarkan network diagram dan tentukan jalur kritis
- Diharapkan proyek selesai selama 35 hari. Berapa prosentase keberhasilannya ?

Aktivitas	a_i	b_i	m_i
A	5	7	6
B	8	8	8
C	7	11	9
D	3	7	5
E	5	9	7
F	8	14	9
G	8	16	10
H	10	20	15
I	3	5	4

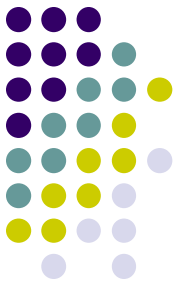
Jawaban




Jalur Kritis = B – E – H = 30 hari



Aktivitas	a_i	b_i	m_i	t_i	$\sigma_i =$
A	5	7	6	6	0.33
B	8	8	8	8	0
C	7	11	9	9	0.667
D	3	7	5	5	0.667
E	5	9	7	7	0.667
F	8	14	9	9	1
G	8	16	10	10	1.333
H	10	20	15	15	1.667
I	3	5	4	4	0.333



 Jalur kritis = $\sqrt{(0)^2 + (0.667)^2 + (1.667)^2} = 1.795$

$$Z_h = \frac{35-30}{1.795}$$

- Lihat tabel kurva normal, maka akan didapatkan nilai 0.0027.
- $Z = 1 - 0.0027 = 0.9973$
- Prosentase keberhasilan penyelesaian proyek adalah $0.9973 \times 100\% = 99.73\%$